

ვექტორთა კომპაქტური შეჯამების ამოცანები ალბათობის თეორიაში,
ფუნქციონალურ ანალიზსა და გამოყენებით სტატისტიკაში

სერგო ჩოხანიანი

(საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ნიკო მუსხელიშვილის
სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი)

ანოტაცია

გთავაზობთ ფუნქციონალური ანალიზისა და ალბათობის თეორიის შესაკრებთა გადანაცვლებასთან დაკავშირებული ამოცანების ამოხსნის ერთ მეთოდს. უმრავლეს შემთხვევებში მეთოდი ეფუძვნება გადატანის ლემას, რომელიც ადგენს ურთიერთ მიმართებას ნიშნებსა და გადანაცვლებებს შორის. ჩვენს მიერ გადაწყვეტილი თუ გასაანალიზებელი პრობლემები ან შეიცავენ ვექტორთა კომპაქტური შეჯამების შემდეგ ამოცანას ან დაიყვანებიან მასზე:

ვთქვათ $x_1, \dots, x_n \in X$, სადაც X არის რაიმე ნორმირებული სივრცე და განვიხილოთ გამოსახულება

$$\Phi(\sigma) = \max_{1 \leq k \leq n} \|x_{\sigma(1)} + \dots + x_{\sigma(k)}\|$$

როგორც $\sigma: \{1, \dots, n\} \rightarrow \{1, \dots, n\}$ გადანაცვლების ფუნქცია. პრობლემა მდგომარეობს Φ -ს მინიმუმის და შესაბამისი σ_{\min} -ის მოძებნაში და შეფასებაში.

ამ სახის ამოცანების პირველი მაგალითები დაკავშირებულია სასრულ განზომილებიან სივრცეში პირობითად კრებადი მწკრივების ჯამთა არის აღწერის საკითხთან, რომელიც სათავეს იღებს რიმანის, შტაინიცის და პ. ლევის ნაშრომებში.

ამოცანათა სხვა კლასი რომელთათვისაც ვიყენებთ ჩვენს მეთოდს არის გარსია-ნიკიშინის ტიპის თეორემების გაუმჯობესება თუ განზოგადება; ეს თეორემები ადგენს პირობებს შემთხვევითი სიდიდეების მწკრივზე

იმის უზრუნველყოფად, რომ ამ მწკრივისათვის არსებობდეს მისი თითქმის ნამდვილად კრებადი გადანაცვლება.

შევისწავლით აგრეთვე გარსია-კოლმოგოროვის ჰიპოთეზას, რომელიც გვეუბნება, რომ ნებისმიერი ორთონორმირებული ბაზისის ისე გადანაცვლება შეიძლება, რომ L_2 -ის ნებისმიერი ფუნქციის ფურიეს მწკრივი თითქმის ნამდვილად კრებადი იქნება გადანაცვლებული ბაზისის მიმართ.

ახლახან ჩვენთვის ცნობილი გახდა, რომ ვექტორთა კომპაქტური შეჯამების ზემოთ ხსენებული ამოცანა მნიშვნელოვან როლს ასრულებს მანქანური სწავლების (Machine Learning), განსხვავებათა თეორიის (Discrepancy Theory), დიდ მონაცემთა სტატისტიკის (Statistics of Big Data) საკითხებში და აგრეთვე სახეთა ამოცნობის (Pattern Recognition) პოპულარულ და მნიშვნელოვან ამოცანებში. შევნიშნავთ, რომ ამ მიმართულებით წმინდა თეორიული მიდგომებისაგან განსხვავებით ჩვენ უნდა გვექონდეს ოპტიმალური გადანაცვლების მოძებნის მუშა ალგორითმი. ვგეგმავთ პოლინომურ დროში რეალიზებადი ალგორითმის შემოთავაზებას.