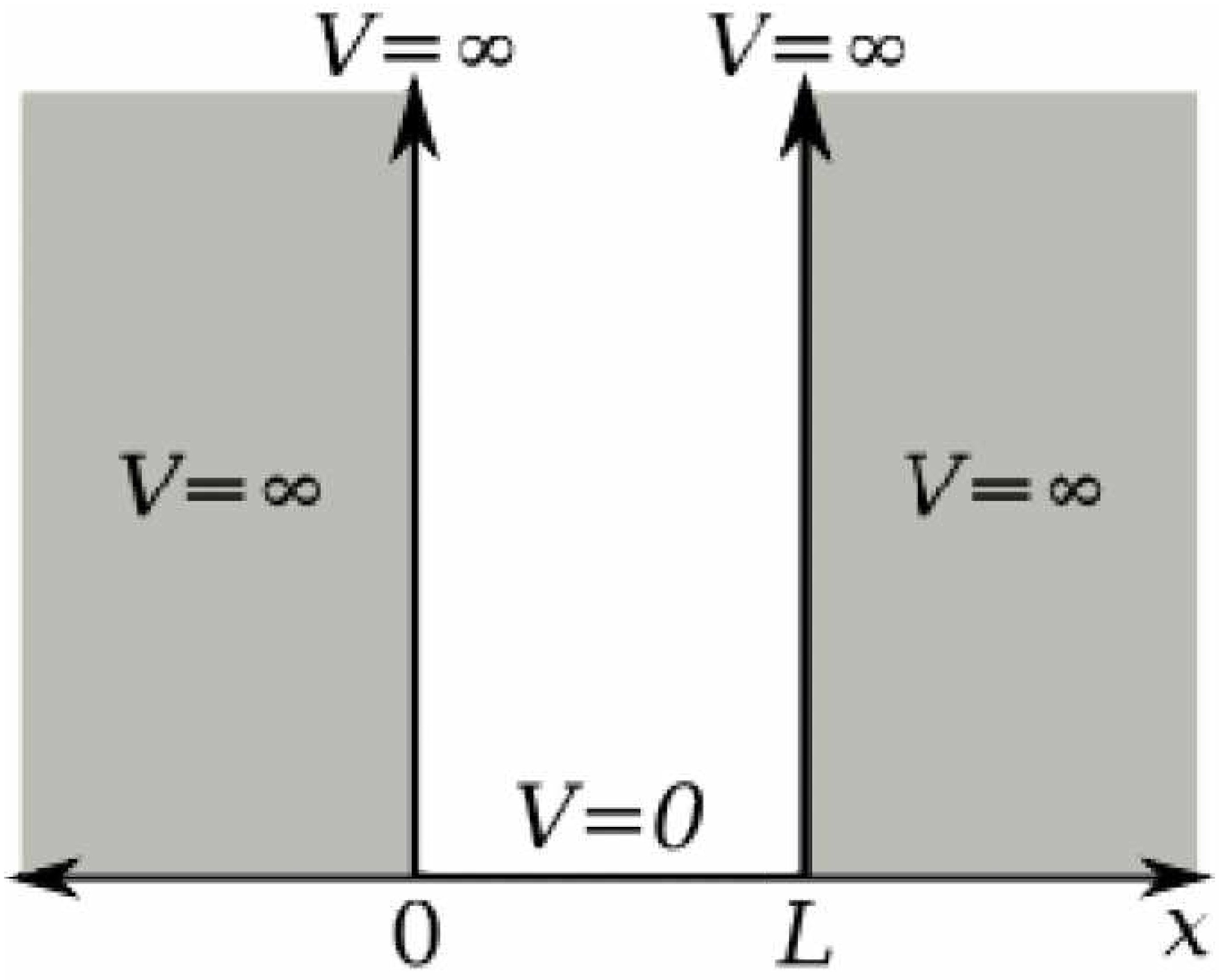
უსასრულო სიღრმის პოტენციალური ორმო

ივანე ჯავახიშვილის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

სიღნაღი
2016

ენა ზაქარეიშვილი
ამ ალბექიონი
ლიუსარევა
ნე გამსახურდაშვილი

- უსასრულო სიღრმის ცენტრალური სიმეტრიის პოტენციალური ორმოს ამოცანა



- ტალღური ფუნქცია $\cdot\,(r,\mathrm{g},\ddot{\ }) = R_l(r)Y_{lm}(\mathrm{g},\ddot{\ })$

- რადიალური ფუნქცია განისაზღვრება:

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial R_l}{\partial r}\right)+\frac{2m}{\hbar^2}\left[E-V(r)-\frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2}\right]R_l(r)=0 \qquad R_l(r_0)=0$$

- საჭიროა ამოიხსნას განტოლება:

$$\frac{\partial^2 R_l}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial R_l}{\partial r}+\left[k^2-\frac{l(l+1)}{r^2}\right]R_l(r)=0 \qquad k^2=\frac{2mE}{\hbar^2}$$

- დაიყვანება ბესელის სფერულ განტოლებაზე:

$$r^2 \frac{\partial^2 R_l}{\partial r^2} + 2r \frac{\partial R_l}{\partial r} + \left[k^2 r^2 - l(l+1) \right] R_l(r) = 0$$

- სათავეში სასრული ამონახსნი სფერული ფუნქციაა

$$R_l(r) = C_l \, j_l(kr)$$

- საკუთარი მნიშვნელობები:

$$j_l(kr) = 0$$

• ბესელის სფერული ფუნქცია:

$$j_\ell(\rho) = (-\rho)^\ell \left(\frac{1}{\rho}\frac{d}{d\rho}\right)^\ell \frac{\sin\rho}{\rho}$$

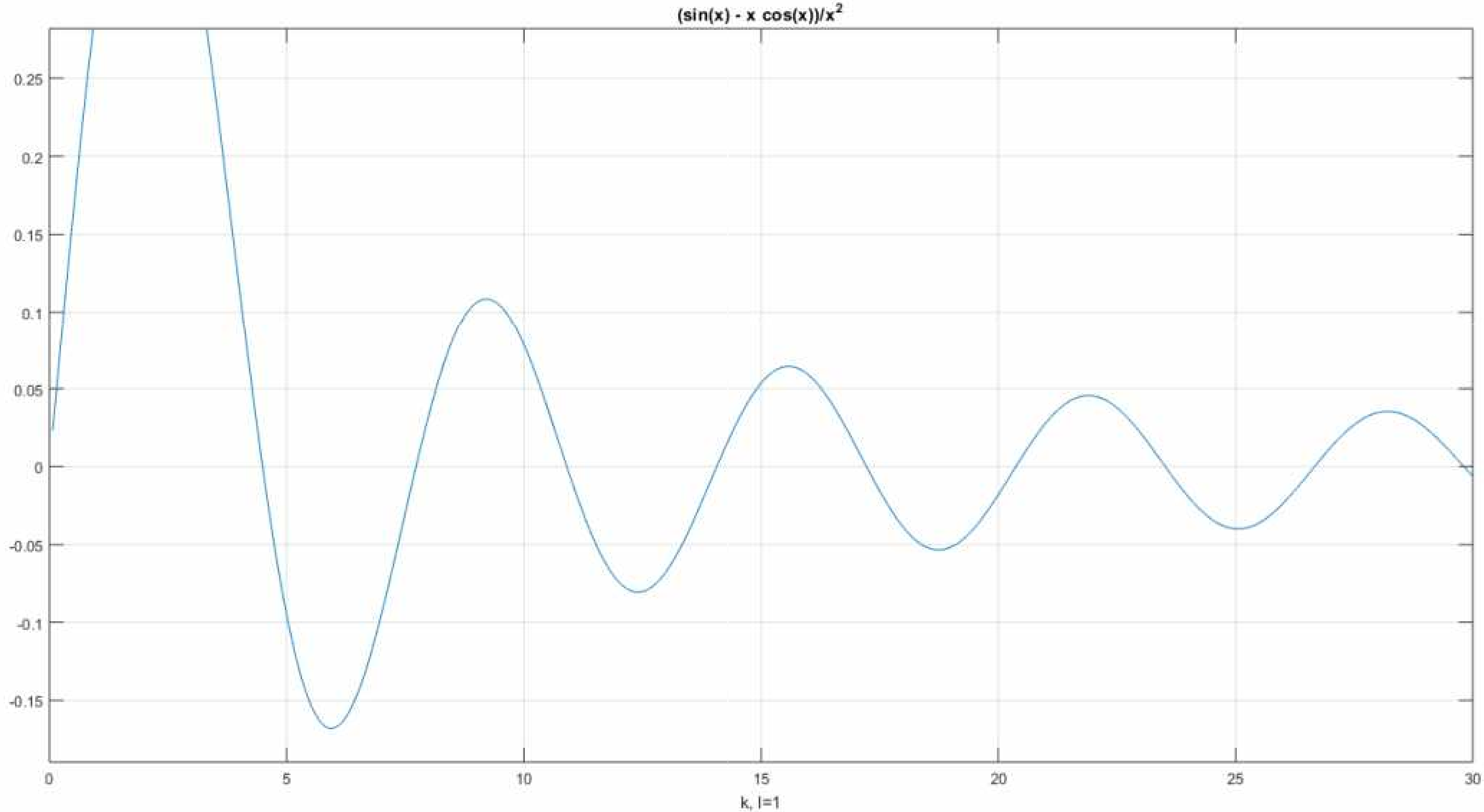
$$j_0(x) = \frac{sin(x)}{x} = 0 \tag{1}$$

$$j_1(x) = \frac{sin(x) - xcos(x)}{x^2} = 0 \tag{2}$$

$$j_2(x) = \frac{(3 - x^2)sin(x) - 3xcos(x)}{x^3} = 0 \tag{3}$$

$$j_3 = \frac{15sin(x) + x^3cos(x) - 6x^2sin(x) - 15xcos(x)}{x^4} = 0 \tag{4}$$

$$j_1(x) = \frac{sin(x) - xcos(x)}{x^2} = 0$$



ნეების თანმიმდევრობა უსასრულო სიღრმის სფერულ ორმოში

l=0	l=1	l=2	l=3	l=4	l=5	l=6
1s - 3.1416						
	1p - 4.4934					
		1d - 5.7635				
2s - 6.2832						
			1f - 6.9879			
	2p - 7.7253					
				1g - 8.1826		
		2d - 9.095				
					1h - 9.3558	
3s - 9.4248						
			2f - 10.4171			

ბესელის ფუნქციების ნულები

	s	p	d	f	g	h	i	j		
1	3.1416	4.4934	5.7635	6.9879	8.1826	9.3558	10.5128	11.657	12.7908	1
2	6.2832	7.7253	9.095	10.4171	11.7049	12.9665	14.2074	15.4313	16.641	1
3	9.4248	10.9041	12.3229	13.698	15.0397	16.3547	17.648	18.923	20.1825	2
4	12.5664	14.0662	15.5146	16.9236	18.3013	19.6532	20.9835	22.2953	23.5913	2
5	15.708	17.2208	18.689	20.1218	21.5254	22.9046	24.2628	25.6029	26.927	2
6	18.8496	20.3713	21.8539	23.3042	24.7276	26.1278	27.5079	28.8704	30.2173	3
7	21.9911	23.5195	25.0128	26.4768	27.9156	29.3326	30.7304	32.1112	33.4768	3
8	25.1327	26.6661	28.1678	29.6426	31.0939	32.5247	33.9371	35.3332	36.7145	3
9	28.2743	29.8116	31.3201	32.8037	34.2654	35.7076	37.1323	38.5414	39.9361	4
10	31.4159	32.9564	34.4705	35.9614	37.4317	38.8836	40.3189	41.7391	43.1454	4
11	34.5575	36.1006	37.6194	39.1165	40.5942	42.0544	43.4988	44.9286	46.3451	4

$$R_l(r) = C_l\, j_l(kr)$$

ფუნქციის ნორმირება:

$$C_l^2 \int_0^{r_0} j_l^2(kr) r^2 dr = 1 \tag{1}$$

ცნობილი ფორმულა:

$$\int_0^x j_l^2(ax) x^2 dx = \frac{x^3}{2}[j_l^2(ax) - j_{l-1}(ax) j_{l+1}(ax)] \tag{2}$$

მივიღებთ:

$$-C_j^2 \frac{r_0^3}{2} j_{l-1}(kr_0) j_{l+1}(kr_0) = 1 \tag{3}$$

$$C_j^2 = \frac{2}{r_0^3 j_{l-1}(kr_0) j_{l+1}(kr_0)} \tag{4}$$

უსასრულო სიღრმის პოტენციალური ორმოსათვის ტალღური ფუნქცია:

$$\psi_{nlm}(r,\theta,\varphi) = [\frac{-2}{r_0^3 j_{l-1}(kr_0) j_{l+1}(kr_0)}]^{1/2} j_l(kr) Y_{lm}(\theta.\varphi) \tag{5}$$

როცა l=0

$$\psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi r_0}} \frac{sinkr}{r} \tag{6}$$

მადლობთ ყურადღებისთვის